博士（理学）望月拓郎氏の「純ツイスターD–加群の研究」に対する授賞審査要旨

望月拓郎氏は、幾何、解析、代数のすべてが融合する分野において、純ツイスターD–加群という独自の大理論をうちたて半単純性に関する驚くべき結果を得た。

仮に、ものが単純な「粒子」に分解できたとしても、その粒子達は互いに相互作用していて、その全体構造は複雑となっているのが普通である。それに反して、粒子間の相互作用がなくその全体構造が単純になっているようなものを「半単純」という。半単純の場合はその解析が容易なので、いつ半単純になるかを判定することは重要であるが困難なことが多い。

望月氏は、半単純な構成可能層がいろいろな操作を施した後も半単純のままであり続けるという驚くべき事実を証明した。これはきわめて独創性の高いものとして内外の賞賛を集め、今世紀の数学の礎になるものと期待されている。

Beilinson-Bernstein-Deligne-Gabber は、Deligne のフィールズ賞受賞の対象となった Weil 予想の解決と、偏屈層の概念とを用いることによって、ガロワ群の作用の存在のもとに、正標数における構成可能偏屈層が強 Lefschetz 定理、分解定理、半単純性などの性質を持つという深い事実がなりたつことを示した。一方、対応する標数零の理論は斎藤盛彦によりホッジD–加群の理論として研究され、正標数の場合とほぼ同様な性質が成り立つことが示されている。これらの事実から数多くの深い帰結が導かれ、まさに二〇世紀の数学の最高峰の一つと言っても過言ではない。

しかし、ホッジD–加群の構造を持つ構成可能偏屈層のクラスは、例えばその局所モノドロミーの固有値の絶対値が必ず一となることからも分かるように、半単純な構成可能偏屈層のクラスよりかなり狭いクラスである。望月氏は、これらの結果を大きく拡張し、任意の半単純な構成可能偏屈層に対しても強 Lefschetz 定理、分解定理などの性質が成立するとともに半単純性が固有順像により保たれること等を、代数・解析の両者を縦横無尽に駆使して証明した。

その証明には、解析的には、調和計量が重要な道具として用いられた。これによりコホモロジー群を調和形式で表現するという Kodaira-Hodge に遡る古典的な調和積分論を適用することが可能となった。調和計量の存在定理は、準射影的多様体上の半単純平坦束に対して Jost-Zuo によって既に証明されていたが、調和積分論を開いた多様体で適用するには、無限遠で良い挙動をもつ調和計量の存

在を示す必要があった。望月氏は、解析学を駆使することによりこのような良い調和計量が存在することを証明した。

代数的には、C. Sabbah によって導入されたツイスター *D*– 加群の概念をもちいて純ツイスター *D*– 加群の理論を建設した。上記の強 Lefschetz 定理、分解定理が純ツイスター *D*– 加群に対して成立することを示すとともに、調和計量の存在定理をもちいて、半単純平坦束が純ツイスター *D*– 加群の構造を持つことを示した。こうして、望月氏は、任意の半単純な構成可能偏屈層に対して強 Lefschetz 定理、分解定理などが成立し固有順像により保たれることを証明することに成功したのである。

その後、望月氏は、確定特異点型とよばれるクラスに限られていた理論を不確定特異点型という指数関数等をも含むクラスにまで大きく拡張し、その応用範囲を飛躍的に拡げた。この壮大な結果は、二一世紀の数学の基盤となるであろう。望月氏は、これらの業績により二〇〇六年日本数学会春季賞を、二〇一〇年に日本学術振興会賞・日本学士院学術奨励賞を受賞している。

以上のように、純ツイスター *D*– 加群の理論の構築と半単純構成可能層に関する望月氏の卓越した研究業績は、学士院賞授賞にふさわしい。

主要著作

1. T. Mochizuki, *The Gromov-Witten class and a perturbation theory in algebraic geometry*, Amer. J. Math. **123** (2001), no.2, 343–381.
2. T. Mochizuki, *On the morphism of Duflo-Kirillov type*, J. Geom. Phys. **41** (2002), no.1–2, 73–113.
3. T. Mochizuki, *Asymptotic behaviour of tame nilpotent harmonic bundles with trivial parabolic structure*, J. Differential Geom. **62** (2002), no.3, 351–559.
4. T. Mochizuki, *Some calculations of cohomology groups of finite Alexander quandles*, J. Pure Appl. Algebra **179** (2003), no.3, 287–330.
5. T. Mochizuki, *The 3-cocycles of the Alexander quandles* $\mathbf{F}_q[T]/(T-\omega)$, Algebr. Geom. Topol. **5** (2005), 183–205 (electronic).
6. T. Mochizuki, *The virtual class of the moduli stack of stable r-spin curves*, Comm. Math. Phys. **264** (2006), no.1, 1–40.
7. T. Mochizuki, *Kobayashi-Hitchin correspondence for tame harmonic bundles and an application*, Astérisque No. **309** (2006).
8. T. Mochizuki, *Asymptotic behaviour of tame harmonic bundles and an application to pure twistor D-modules, I*, Mem. Amer. Math. Soc. **185** (2007), no.869.
9. T. Mochizuki, *Asymptotic behaviour of tame harmonic bundles and an application to pure twistor D-modules, II*, Mem. Amer. Math. Soc. **185** (2007), no.870.
10. T. Mochizuki, *Kobayashi-Hitchin correspondence for tame harmonic bundles, II*, Geom. Topol. **13** (2009), no.1, 359–455.
11. T. Mochizuki, *Good formal structure for meromorphic flat connections on smooth projective surfaces*, Algebraic analysis and around, 223–253, Adv. Stud. Pure Math., **54**, Math. Soc. Japan, Tokyo (2009).
12. T. Mochizuki, *Donaldson type invariants for algebraic surfaces*, Transition of moduli stacks, Lecture Notes in Mathematics, **1972**, Springer-Verlag, Berlin (2009), 383 pp.