

理学博士神保道夫君の「可解模型と量子群の研究」に対する

授賞審査要旨

ここ四半世紀の間に、理論物理学の最先端（素粒子論、場の理論、統計物理学など）と現代数学の最前線（解析学、微分幾何学、代数幾何学、トポロジー、整数論など）との間に驚くべき結合が次々と発見され、かくて数理物理学のめざましい展開がみられた。その数理物理学の中でもとくに近年著しい発展を見せている領域において、代数解析と群表現論を駆使する国際的リーダーと認められているのが神保道夫君である。

神保君の今日までの業績は大まかには次の四段階に分けることができる。

- (1) ホロノミック量子場 (holonomic quantum fields) の理論
- (2) ソリトン型非線型微分方程式と無限次元リー環の表現
- (3) 様々の二次元可解格子模型の構成と研究
- (4) 量子群の発見と応用

第一の holonomic quantum fields の研究は佐藤幹夫及び三輪哲二両氏との共同研究であって、二次元 Ising 模型の多点相関関数を厳密に求めた。以前に、二次元 Ising 模型の0点相関関数、すなわち自由エネルギーと呼ばれる関数は Onsager (1944) によって初めて閉じた形で算出され、その函数の特異点の存在がしめされた。この特

異点は相転移と呼ばれる物理現象に対応するもので、転移点の近傍では漸近的な計算手法はあまり有効でなく Onsager が求めたような厳密解が要望された。二次元 Ising 模型の1点相関関数は点に依らない値をとり Yang により厳密に求められていた。さらに2点相関関数は Wu, McCoy, Tracy, Barouch (1976) によってある種の Painlevé 関数を用いて求められることが知られていた。それは Painlevé の分類方法によると PIII と呼ばれるタイプの二階非線型常微分方程式の解であった。これらの結果を受け継いで、神保君は佐藤、三輪両氏と共同して行った一連の研究により、この分野に本格的な進歩をもたらした。すなわち、2点相関関数に関する結果を総ての n 点相関関数に拡張し、それらの特徴づける非線型完全積分可能系の理論を確立した。重要な特色は、その非線型微分方程式が、実は、ある線型常微分方程式のモノドロミー保存の変形を記述する付随パラメータの方程式と同じであるということである。二次元 Ising 模型という特殊な場合ではあるが、統計力学または量子場の理論の相関関数の研究を、線型微分方程式の変形理論と結び付ける研究方法は画期的であった。さらに神保君等は、任意の線型常微分方程式のモノドロミー保存変形理論から出発して、その付随パラメータが真空期待値となるような場の作用素を構成する、と云う逆問題の理論も展開した。

第二は、神保君が柏原正樹、伊達悦郎、三輪哲二の三氏と共同で進めた研究であって、ソリトン方程式と無限次元リー環の表現論との関係を種々の場合に明確にした一連の研究である。以前、佐藤幹夫と佐藤泰子の両氏は、代表的なソリトン方程式である KP 方程式の場合、その解空間をある種の無限次元グラスマン多様体として捉え、KP 方程式をその上の力学系とみる研究方法を提示した。この着想を発展させて、神保、柏原、伊達、三輪の四氏は、KdV

方程式等様々なソリトン方程式に対して解の空間と解の変換がアフィン・リー環の基本表現で完全に記述できること、またボゾン・フェルミオン対応が無次元リー環の表現論の立場から明解に記述出来ること、などを証明した。さらに広田良吾氏による双線型方程式論、モノドロミー保存変形理論、ソリトン方程式論、等々に現れる各種の従属変数の間の相互関係を明確にした。この四氏の共同研究はこの方面のその後の多くの研究に先駆的であった。

第三に、神保君は三輪氏と共同して再び格子模型の研究に戻り、アフィン・リー環の表現論における指標公式が重要な応用を持つ事を発見した。先に、Baxter (1980) は hard hexagon 模型の局所状態確率の計算途中で Rogers-Ramanujan の恒等式が現れることを発見した。神保と三輪の両氏は Rogers-Ramanujan の恒等式がアフィン・リー環の表現論にも現れることに着眼して、一九八四年初め頃より、可解格子模型とアフィン・リー環の表現論との関係を研究し始めた。神保君は、その表現論に現れる指標が格子模型に関する Yang-Baxter 方程式の解の研究に重要な役割を果たすことを発見し、種々の新しい解を本来の形で得ることができた。二次元可解格子模型を構成するには、Yang-Baxter 方程式の解を求めることが重要である。その解が模型を決定する Boltzmann weights を格子に与えるからである。

第四に、量子群の発見と応用は神保君単独の独創的研究で、それは画期的な新展開であった。それまで様々の場合に個別的に発見してきた可解格子模型の構成を、神保君は統一的に取り扱う新しい有効な方法として、リー環の普遍包絡環の q 類似を定義した。これは Drinfeld が独立に発見した量子的な群の考えと合流して、現在では量子群とか群の量子化と呼ばれ、その一般理論が急速に発展している。神保君の画期的成果は群を量子化した後の表現論が

Yang-Baxter 方程式の解を統一的に与えることに関する事実の発見である。量子群の理論は数理論物理学のみならず群論、幾何学、整数論などの多方面から大いに注目を集め、その多岐にわたる応用の可能性が次第に明らかとなっている。神保君は一九八七年の日本数学会賞を受賞している。また、一九九〇年の国際数学会議においては招待講演者の一人として、量子群と可解模型に関する最先端の研究成果を報告した。

主要論文

- M. Sato, T. Miwa, M. Jimbo, *Holonomic quantum fields I*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **14** (1978), 223-267.
M. Sato, T. Miwa, M. Jimbo, *Holonomic quantum fields II*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **15** (1979), 201-278.
M. Sato, T. Miwa, M. Jimbo, *Holonomic quantum fields III*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **15** (1979), 577-629.
M. Sato, T. Miwa, M. Jimbo, *Holonomic quantum fields IV*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **15** (1979), 871-972.
M. Sato, T. Miwa, M. Jimbo, *Holonomic quantum fields V*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **16** (1980), 531-584.
M. Sato, T. Miwa, M. Jimbo and Y. Mori, *Density matrix of an impenetrable bose gas and the fifth Painlevé transcendent*, Physica **1D** (1980), 80-158.
M. Jimbo, T. Miwa and K. Ueno, *Monodromy preserving deformation of linear ordinary differential equations with rational coefficients I. General theory and τ -function*, Physica **2D** (1980), 306-352.
M. Jimbo and T. Miwa, *Monodromy preserving deformation of linear ordinary differential equations with rational coefficients II*, Physica **2D** (1980), 407-448.
M. Jimbo and T. Miwa, *Monodromy preserving deformation of linear ordinary differential equations with rat-*

- ional coefficients III*, *Physica* **4D** (1981), 26–46.
- M. Jimbo, *Monodromy problem and the boundary condition for some Painlevé equations*, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **18** (1982), 1137–1161.
- E. Date, M. Jimbo, M. Kashiwara and T. Miwa, *Operator approach to the Kadomtsev-Petviashvili equation—Transformation groups for soliton equations III—*, *J. Phys. Soc. Jpn.* **50** (1981), 3806–3812.
- E. Date, M. Jimbo, M. Kashiwara and T. Miwa, *Transformation groups for soliton equations—Euclidean Lie algebras and reduction of the KP hierarchy—*, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **18**(1982), 1077–1110.
- E. Date, M. Jimbo, M. Kashiwara and T. Miwa, *Landau-Lifshitz equation: solitons, quasi-periodic solutions and infinite-dimensional Lie algebras*, *J. Phys.* **A16** (1983), 221–236.
- M. Jimbo and T. Miwa, *Solitons and infinite dimensional Lie algebras*, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **19** (1983), 943–1001.
- M. Jimbo and T. Miwa, *On a duality of branching rules for affine Lie algebras*, *Adv. Stud. Pure Math.* **6** (1985), 17–65.
- M. Jimbo and T. Miwa, *A solvable lattice model and related Rogers-Ramanujan type identities*, *Physica* **15D** (1985), 335–353.
- M. Jimbo, *Quantum R matrix for the generalized Toda system*, *Commun. Math. Phys.* **102** (1986), 537–547.
- M. Jimbo, *A q -difference analogue of $U(\mathfrak{g})$ and the Yang-Baxter equation*, *Lett. Math. Phys.* **10** (1985), 63–69.
- M. Jimbo, *A q -analogue of $U(\mathfrak{gl}(N+1))$, Hecke algebra, and the Yang-Baxter equation*, *Lett. Math. Phys.* **11** (1986), 247–252.
- E. Date, M. Jimbo, T. Miwa and M. Okado, *Fusion of the eight-vertex SOS model*, *Lett. Math. Phys.* **12**

- (1986), 209–215; *Erratum and addendum*, Lett. Math. Phys. **14** (1987), 97.
- E. Date, M. Jimbo, A. Kuniba, T. Miwa and M. Okado, *Exactly solvable SOS models: Local height probabilities and theta function identities*. Nucl. Phys. B290 [FSS20] (1987), 231–273.
- E. Date, M. Jimbo, A. Kuniba, T. Miwa and M. Okado, *Exactly solvable SOS models II: Proof of the star-triangle relation and combinatorial identities*, Adv. Stud. Pure Math. **16** (1988), 17–122.
- M. Jimbo, T. Miwa and M. Okado, *Solvable lattice models whose states are dominant integral weights of $A_{n-b}^{(a)}$* . Lett. Math. Phys. **14** (1987), 123–131.
- M. Jimbo, T. Miwa and M. Okado, *Solvable lattice models related to the vector representation of classical simple Lie algebras*, Commun. Math. Phys. **116** (1988), 507–525.
- M. Jimbo, A. Kuniba, T. Miwa and M. Okado, *The A_n^{\oplus} face models*, Commun. Math. Phys. **119** (1988), 543–565.
- E. Date, M. Jimbo, A. Kuniba, T. Miwa and M. Okado, *One-dimensional configuration sums in vertex models and affine Lie algebra characters*, Lett. Math. Phys. **17** (1989), 69–77.
- E. Date, M. Jimbo, A. Kuniba, T. Miwa and M. Okado, *Paths, Maya diagrams and representations of $\hat{\mathfrak{sl}}(r, \mathbb{C})$* , Adv. Stud. Pure Math. **19** (1989), 149–191.
- E. Date, M. Jimbo and T. Miwa, *Representations of $U_q(\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C}))$ at $q=0$ and the Robinson-Schensted correspondence*, in “Physics and Mathematics of Strings,” Eds. L. Brink, D. Friedan and A. M. Polyakov, 1990, pp. 185–211.
- E. Date, M. Jimbo, A. Matsuo and T. Miwa, *Hypergeometric-type integrals and the $\hat{\mathfrak{sl}}(2, \mathbb{C})$ Knizhnik-Zamolodchikov equation*, Int. J. Modern Phys. B4 (1990), 1049–1057.

- M. Jimbo, K. Misra, T. Miwa and M. Okado, *Combinatorics of representations of $U_q(\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C}))$ at $q=0$* , Commun. Math. Phys. **136** (1991), 543-566.
- F. Date, M. Jimbo, K. Miki and T. Miwa, *Generalized chiral Potts models and minimal cyclic representations of $U_q(\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C}))$* , Commun. Math. Phys. **137** (1991), 133-147.

総説・編著

- M. Jimbo, T. Miwa and M. Sato, *Monodromy preserving deformation of linear differential equations and quantum field theory*『核融合研究』四〇巻 別冊の三(一九七八)『四五一-五七七』。
- M. Jimbo, T. Miwa, M. Sato and Y. Mori, *Holonomic quantum fields—the unanticipated link between deformation theory of differential equations and quantum fields—*, Springer Lecture Notes in Physics **116** (1980), 119-142.
- M. Jimbo and T. Miwa, *Aspects of holonomic quantum fields*, Springer Lecture Notes in Physics **126** (1980), 429-491.
- 神保道夫『三輪哲三の関数の理論』数学 三三巻四号(一九八〇)『二八九-三〇七』岩波書店。
- M. Jimbo and T. Miwa, *On a duality of branching coefficients*, MSRI Publ. **3** (1985), 207-216, Springer.
- M. Jimbo and T. Miwa, *Monodromy, solitons and infinite dimensional Lie algebras*, MSRI Publ. **3** (1985), 275-290, Springer.
- M. Jimbo and T. Miwa, *Integrable systems and infinite dimensional Lie algebras*, Integrable Systems in Statistical Mechanics **1** (1985), 129-142, World Scientific.
- 尾角正人、神保道夫『三輪哲三の二次元の可解な格子模型とモジュラー関数』数学 四〇巻一号(一九八八)『一一一-一八』岩波書店。

- M. Jimbo, *Introduction to holonomic quantum fields for mathematicians*, Proceedings of the AMS conference "Theta Functions", Bowdoin College, 1987 (1989), 379–390, Academic.
- M. Jimbo, *Introduction to the Yang-Baxter equation*, Braid Groups, Knot Theory and Statistical Mechanics, Advanced Series in Mathematical Physics 9 (1989), World Scientific; Int. J. Mod. Phys. 4A (1989), 3759–3777.
- 神保道夫『量子群とヤン・バクスター方程式』、シュプリンガー東京、一九九〇。
- M. Jimbo (ed.), "Yang-Baxter equation in integrable systems," Advanced Series in Mathematical Physics, World Scientific, 1990.
- M. Jimbo, *Solvable lattice models and quantum groups*, Proceedings of the international congress of mathematicians, Kyoto 1990 (1991), Springer Tokyo.