理学博士飯高　茂君、理学博士森　重文君、理学博士川又雄二郎君の

「代数多様体の分類理論の研究」に対する授賞審査要旨

代数幾何、すなわち代数多様体（代数方程式によって定義された図形）の幾何学は整数論から最近の物理の超弦理論に到るまで多くの分野に関連し、その研究は多岐に亙るが、代数幾何固有の中心問題は代数多様体の構造を究明することにある。

代数曲線、すなわち一次元代数多様体の構造は Riemann（一八二六―一八六六）以来よく知られている。代数曲面、すなわち二次元代数多様体については、前世紀の終わりから今世紀のはじめにかけて、F. Enriques（一八七一―一九四六）等のイタリーの代数幾何学者がその構造の詳細な研究を行い、代数曲面をその算術種数、不正則数、多重種数等の双有理不変量によって分類した。その鍵となったのは代数曲面（線織面は除く）の極小モデルの存在定理であった。

イタリー学派の代数曲面論は彼等の優れた直観による所が少なくなく、厳密な基礎に欠ける憾みがあったが、一九六〇年代に入って代数曲面に対する関心が復活し、その分類理論は厳密な基礎の上に再構築され、解析曲面にまで拡張された。

一九七〇年以降高次元すなわち三次元以上の代数多様体の構造の研究が盛んになったのは自然の成り行きであった。

一九七一年に飯高君は、代数多様体Mの多重種数P_mのmが無限大となるときの漸近的性質を研究して新しい不変量$\kappa(M)$を導入し〔飯高2〕、これをMの小平次元と名付けた。同君は小平次元を用いることによって代数曲面の分類理論が透明になることを示し、これを踏まえて、高次元代数多様体についていくつかの大胆な予想を立てて分類理論の壮大なプログラムを提示した〔飯高3〕。それは代数多様体のファイバー空間 $f: M \to B$ に対して加法公式：

$$\kappa(M) \geqq \kappa(F_b) + \kappa(B), \quad F_b = f^{-1}(b), \quad b \in B$$

が成り立つ、という飯高予想に基づくプログラムであった。

この飯高君のプログラムに従って上野健爾、E. Viehweg、藤田隆夫と川又君はいくつかの重要な場合に加法公式が成り立っていることを証明した〔川又7、8〕。この飯高予想の部分的解決は十分に強力で、これからいろいろな結果が導かれる。たとえば川又君はアーベル多様体がその小平次元と不正則数によって特徴づけられることを示した〔川又7〕。この著しい結果は飯高君が予想したものの一つであった。

一九七七年に飯高君は開代数多様体に対してその対数的小平次元とよばれる不変量を導入してそれが今までの完備な代数多様体の小平次元と同様な基本性質をもつことを示し〔飯高7〕、その開曲面の分類理論、可換環論等への応用を考察した〔飯高13、16〕。

一方森君は端射線の理論を開発した〔森6、7〕。この理論は極めて強力な研究手段を与えるもので、森君はこの手法により、豊富な接バンドルを持つ代数多様体は射影空間に限るであろう、という Hartshorne の予想が正しいことを証明した〔森6〕。さらに森君は非特異代数多様体の正の一次元輪体の全体が作る錐の性質を究明し錐定理を証明し

た〔森7〕。

一九七〇年代の末に M. Reid は極小多様体の概念を導入した。すなわち標準因子が数値的に半正（numerically effective）である非特異代数多様体を極小多様体と名付けた。極小多様体は代数曲面論における極小モデルの性質を高次元の場合にうつしたものであるが、曲面の場合と違って、与えられた代数多様体Ｍに対して必ずしもＭに双有理同値な極小多様体が存在するとは限らない。したがって極小モデルを構成するには特異点をもつ代数多様体まで考えに入れる必要がある。ここに本質的な困難があったのである。

一九八四年、川又君は一般型の極小多様体の標準環の有限生成性を証明した〔川又17〕。証明は小平消滅定理の一般化〔川又10〕による。川又君はまた森君の錐定理を特異点をもつ代数多様体の場合に拡張した〔川又13〕。

最近森君は線織多様体によって支配されていない任意の三次元代数多様体の極小モデルの存在を証明した〔森16〕。極小モデルは特異点をもたないかまたは或る特定の型の特異点をもつ代数多様体でその標準因子は数値的に半正である。森君の証明において川又君の三次元標準特異点に関する結果〔川又19〕が本質的に重要な役割を演じている。極小モデルの存在定理からその系として多くの結果が従う。その一つをあげれば、小平次元が負の三次元代数多様体は、三次元線織多様体に支配される。この結果は一九七〇年代のはじめに D. Mumford が予想したものである。

このように、飯高、森、川又の三君は高次元代数多様体の分類理論を建設したのであって、今世紀の数学における不朽の成果をあげたのである。

因に飯高君は一九八二年に日本数学会弥永賞を受賞、森君は一九八三年に同弥永賞を受賞、森君と川又君は一九八

八年に日本数学会秋季賞を受賞した。

飯高茂君の主要な論文と著書目録

〔1〕 Deformations of compact complex surfaces, in Global Analysis, Univ. Tokyo Press, Princeton Univ. Press, 1969, 267-272.

〔2〕 On D-dimensions of algebraic varieties, Jour. Math. Soc. Japan, **23** (1971), 356-373.

〔3〕 代数多様体の種類と分類 I，日本数学会誌　数学　**24** (1972).

〔4〕 Logarithmic forms of algebraic varieties, Jour. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sec. IA, **23** (1976), 525-544.

〔5〕 (with T. Fujita) Cancellation theorem for algebraic varieties, Jour. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sec. IA, **24** (1977), 123-127.

〔6〕 Finiteness property of weakly proper birational maps, Jour. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sec. IA, **24** (1977), 491-502.

〔7〕 On logarithmic Kodaira dimension of algebraic varieties, in Complex Analysis and Algebraic Geometry, Iwanami, Cambridge Univ. Press, 1977, 175-189.

〔8〕 On the Diophantine equation $\phi(x, y)=\phi(X, Y)$, J. reine u. angew. Math. **298** (1978), 43-52.

〔9〕 Some applications of logarithmic Kodaira dimension, Proc. Intern. Symp. on Algebraic Geometry Kyoto, 1977, Kinokuniya, Tokyo, 1978, 185-206.

〔10〕 Minimal models in proper birational geometry, Tokyo J. Math. **2** (1979), 29-45.

〔11〕 Weierstrass forms associated with linear systems, Adv. Math. **33** (1979), 14-30.

〔12〕 A numerical criterion of quasi-abelian surfaces, Nagoya Math. Jour. **73** (1979), 99–115.

〔13〕 On logarithmic K3 surfaces, Osaka J. Math. **16** (1979), 675–705.

〔14〕 Symmetric forms and Weierstrass semigroups, Proc. Algebraic Geometry Copenhagen 1978, Lect. Notes in Math. **732** (1979), Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 157–170.

〔15〕 Virtual singularity theorem and logarithmic bigenus theorem, Tohoku Math. J. **32** (1980), 337–351.

〔16〕 Birational geometry for open varieties, Semi. Math. Sup. Univ. de Motréal, **76**, 1981.

〔17〕 Characterization of two lines on a projective plane, Proc. Algebraic Geometry, Tokyo/Kyoto, 1982, Lect. Notes in Math. **1016** (1983), Springer, New York-Heidelberg-Berlin, 432–448.

他一七編

著　書

Algebraic geometry. Grad. Texts Math. **76**, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1982.

森重文君の主要な論文目録

〔1〕 On a generalization of complete intersections, J. Math. Kyoto Univ. **15** (1975), 619–646.

〔2〕 On affine cones associated with polarized varieties, Japanese J. Math., New Series, **1** (1975), 301–309.

〔3〕 The endomorphism rings of some abelian varieties I, II, Japanese J. Math., New Series, **2** (1976). 109–130; **3** (1977), 105–109.

〔4〕 Graded factorial domains, Japanese J. Math., New Series, **3** (1977), 223-238.

〔5〕 A remark on Tate conjecture on endomorphisms of abelian varieties, Proc. International Symp. Algebraic Geometry, Kyoto 1977, M. Nagata, ed., Kinokuniya, Tokyo, **197**, 219-230.

〔6〕 Projective manifolds with ample tangent bundles, Ann. of Math., **110** (1979), 593-606.

〔7〕 Threefolds whose canonical bundles are not numerically effective, Ann. of Math. **116** (1982), 133-176.

〔8〕 (with S. Mukai) On Fano 3-folds with $B_2 \geqq 2$, in Algebraic and Analytic Varieties, S. Iitaka. ed., Advanced Studies in Pure Math. 1, Kinokuniya and North-Holland, 1983, 101-129.

〔9〕 (with S. Mukai) The uniruledness of the moduli of curves of genus 11, in Algebraic Geometry, Proc. of the Japan-France Conference, Tokyo-Kyoto, 1982, M. Raynaud and T. Shioda, eds., Lecture Notes in Math. 1016, Springer-Verlag, 1983, 334-353.

〔10〕 Hartshorne 予想と extremal ray, 日本数学会誌 数学 **35** (1983), 193-209.

〔11〕 Cone of curves and Fano 3-folds, Proc. International Congress of Mathematicians, Warsaw, 1983, Vol. 1, PWN. Warsaw, 1984, 747-752.

〔12〕 On degrees and genera of curves on smooth quartic surfaces in P^3, Nagoya Math. J. **96** (1984), 127-132.

〔13〕 On 3-dimensional terminal singularities, Nagoya Math. J. **98** (1985), 43-66.

〔14〕 (with Y. Miyaoka) A numerical criterion of uniruledness, Ann. of Math. **124** (1986), 65-69.

〔15〕 Classification of higher dimensional varieties, Proc. Symposia in Pure Math. **46** (1987), American Math. Soc. 269-331.

〔16〕 Flip theorem and the existence of minimal models for 3-folds, J. of American Math. Soc. **1** (1988), 117-253.

他五編

川又雄二郎君の主要な論文目録

〔1〕 Addition formula of logarithmic Kodaira dimensions for morphisms of relative dimension one, Proc. Intl. Symp. Algebraic Geometry Kyoto 1977, M. Nagata ed., Kinokuniya, Tokyo, 1978, 207-217.

〔2〕 On the classification of non-complete algebraic surfaces, Proc. Algebraic Geometry Copenhagen 1978, Lecture Notes in Math. **732** (1979), Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 215-232.

〔3〕 On singularities in the classification theory of algebraic varieties, Math. Ann. **251** (1980), 51-55.

〔4〕 Invariance of pluri-genera of a degenerating family of algebraic surfaces, Math. Ann. **252** (1980), 175-177.

〔5〕 On Bloch's conjecture, Invent. Math. **57** (1980), 97-100.

〔6〕 (with E. Viehweg) On a characterization of an abelian variety in the classification theory of algebraic varieties, Compositio Math. **41** (1980), 355-359.

〔7〕 Characterization of abelian varieties, Compositio Math. **43** (1981), 253-276.

〔8〕 Kodaira dimension of algebraic fiber spaces over curves, Invent. Math. **66** (1982), 57-71.

〔9〕 Kodaira dimension of certain algebraic fiber spaces, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. IA, **30** (1983), 1-24.

〔10〕 A generalization of Kodaira-Ramanujam's vanishing theorem, Math. Ann. **261** (1982), 43-46.
〔11〕 On the finiteness of generators of a pluri-canonical ring for a 3-fold of general type, Amer. J. Math. **106** (1984), 1503-1512.
〔12〕 Elementary contractions of algebraic 3-folds, Ann. of Math. **119** (1984), 95-110.
〔13〕 The cone of curves of algebraic varieties, Ann. of Math. **119** (1984), 603-633.
〔14〕 Pluricanonical systems on minimal algebraic varieties, Invent. Math. **79** (1985), 567-588.
〔15〕 Minimal models and the Kodaira dimension of algebraic fiber spaces, J. reine angew. Math. **363** (1985), 1-46.
〔16〕 The Zariski decomposition of log-canonical divisors, in Algebraic Geometry Bowdoin 1985, Proc. Symp. Pure Math. **46** (1987), Amer. Math. Soc., 425-434.
〔17〕 (with K. Matsuda and K. Matsuki) Introduction to the minimal model problem, in Algebraic Geometry Sendai 1985, Advanced Studies in Pure Math. **10** (1987), Kinokuniya and North-Holland, 283-360.
〔18〕 On the plurigenera of minimal algebraic 3-folds with $K \approx 0$. Math. Ann. **275** (1986), 539-546.
〔19〕 Crepant blowing-up of 3-dimensional canonical singularities and its application to degenerations of surfaces, Ann. of Math. **127** (1988), 93-163.
〔20〕 (with K. Matsuki) The number of the minimal models for a 3-fold of genaral type is finite, Math. Ann. **276** (1987), 595-598.
他二編