

理学博士柏原正樹君の「代数解析の研究」に対する

授賞審査要旨

柏原正樹君は代数解析学の世界的なリーダーである。現代的な代数解析学は、柏原、河合隆裕、佐藤幹夫等が創立し、その基礎を確立し、理論発展と多岐にわたる応用の道を示した数学分野である。現在、欧米の数学者もその研究に参加しており、世界の数学界が注目するところとなっている。

柏原君は東大で複素代数多様体論を学び、佐藤幹夫の超函数を基盤とし河合隆裕の協力を得て、偏微分方程式論に画期的な新局面を開拓した。その発展が代数解析学と呼ばれる数学の新分野となった。

柏原君の独創的研究方針は、彼の修士論文「偏微分方程式系の代数的研究（一九六九）」に示されており、そこに既に代数解析学の萌芽があった。柏原君は、佐藤の超局所超函数がフラビィ性をもつことを発見し、線型偏微分方程式系の研究にホモロジー代数の手法を活用する道を指摘した。一九七八年の国際数学者会議（ヘルシンキ）でプレナリー総合講演者選ばれ、「超局所解析」を世界の数学界に紹介した。一九八四年には、世界で始めて「代数解析学」講座が京大数理解析研究所に新設され、その初代教授が柏原君である。七〇編におよぶ学術論文の他、多数の著書や講演録があり、代数解析学のリーダーとして今日も活躍を続けている。

次に柏原君の主な業績を紹介する。

一、線型微分方程式系の超局所理論

佐藤、河合との共同研究で、佐藤超函数を超局所的に研究する理論を創立した。これを線型偏微分方程式の解の特異性の研究に応用し、超局所化した接触変換によって、多くの複雑な方程式がよく知られた標準型に変換できることを示し、偏微分方程式の分類、解の特異性を研究する上で重要な方法論を確立した。特に、微分方程式系の研究にホモロジー代数の手法を導入する方法論は革新的であり、その鍵となるのが柏原君のフラビー性定理である。

二、リーマン・ヒルベルト対応の拡張

複素リーマン面上の線型常微分方程式の研究において、解の特異点の配列と各特異点の廻りを一周するとき起る解の変換（モノドロミー）が重要な鍵となる。一九〇〇年に提出されたヒルベルト第二問題、特異点の配列とモノドロミーが与えられたとき、それに対応する常微分方程式が存在するか否かを問う問題である。これは一九五七年にレーンが解決した。柏原君は、この対応を高次元の複素多様体上の偏微分方程式系の場合に拡張し、その完全な解答を与えた。証明方法は言うにおよばず、命題が如何なる形をとるべきかが、ヒルベルトの時代には予想もできなかったことと思える。このように、ヒルベルト第二問題の高次元拡張は画期的な進歩であり、柏原君の代数解析学は世界の数学界が注目する所となった。この理論の応用は多い。特に柏原君はブリリンスキーと共同して、その理論をリー群の表現論に応用し、その方面で最も重要な課題と言われていたカジユダ・ルスチック予想を解決した。さらに代数多様体の変形の極限に関するホッジ構造を研究する上でも、リーマン・ヒルベルト・柏原の対応定理の応用が重要であることを示した。

三、ソリトン方程式と無限次元リー環

物理学の素粒子論でリー群の表現論が有用であったように、最近のストリング理論に関連して無限次元リー環の表現論が注目されるようになった。こういった表現論は、無限大の自由度をもつ偏微分方程式系の研究と密接な関係をもち、現在解析学の中心的な研究テーマのひとつである。その先駆となったのは、柏原君が三輪哲二助教等と共に共同で推進したソリトン方程式の研究である。最近海外でも、ソリトン方程式の研究は盛んであり、代数幾何学などにも重要な応用が発見されたため、国際的に注目を集めている。

その他、柏原君は偏微分方程式に関連した幾何学の諸問題に対し多くの業績がある。例えば、常微分方程式の確定特異点の概念を偏微分方程式の場合にも拡張し、対称空間の上の不変微分作用素の解の境界値に関するヘルガソンの予想を岡本清郷等と共に共同で解決した。

柏原君は代数解析という新分野建設に中心的役割を果し、その応用でも世界の第一人者である。

一、主要な論文

1. Microfunctions and pseudo-differential equations. Lecture Notes in Math., Springer, 287, 265–529 (1973) (with M. Sato and T. Kawai).
 2. Structure of cohomology groups whose coefficients are microfunction solution sheaves of systems of pseudodifferential equations with multiple characteristics, I, II. Proc. Japan Acad. 49, 420–425 (1974), 50, 549–550 (1974) (with T. Kawai and T. Oshima).
- ∴ On the maximally overdetermined system of linear differential equations, I. Publ. RIMS Kyoto

- Univ. 10, 563–579 (1975).
4. Micro-local calculus. Lecture Notes in Phys., Springer, 39, 30–37 (1975).
 5. B-functions and holonomic systems. Invent. Math. 38, 33–53 (1976).
 6. Holonomic character and local monodromy structure of Feynman integrals. Commun. Math. Phys. 54, 121–134 (1977) (with T. Kawai).
 7. Systems of differential equations with regular singularities and their boundary value problems. Ann. of Math. 106, 145–200 (1977) (with T. Oshima).
 8. Eigenfunctions of invariant differential operators on a symmetric space. Ann. of Math. 107, 1–39 (1978) (with A. Kowata, K. Minemura, K. Okamoto, T. Oshima and M. Tanaka).
 9. The Campbell-Hausdorff formula and invariant hyperfunctions. Invent. Math. 47, 249–272 (1978) (with M. Vergne).
 10. On the holonomic systems of linear differential equations II. Invent. Math. 49, 121–135 (1978).
 11. Micro-hyperbolic systems. Acta Math. 142, 1–55 (1979) (with P. Schapira).
 12. Micro-analyticity of the S-matrix and related functions. Comm. Math. Phys. 66, 95–130 (1979) (with T. Kawai and H. Stapp).
 13. Faisceaux constructibles et systèmes holonomes d'équations aux dérivées partielles linéaires à points singuliers réguliers. Sémin. Goulaouic-Schwartz, 1979–80, Exposé 19.
 14. The theory of holonomic systems with regular singularities and its relevance to physical problems. Lecture Notes in Phys., Springer, 126, 5–20 (1980) (with T. Kawai).
 15. Micro-local analysis of prehomogeneous vector spaces. Invent. Math. 62, 117–179 (1980) (with

- M. Sato, T. Kimura and T. Oshima).
16. Kazhdan-Lusztig conjecture and holonomic systems. *Invent. Math.* **64**, 386–410 (1981) (with J.-L. Brylinski).
 17. Transformation groups for soliton equations I–VII. *Proc. Japan Acad.* **57A**, 342, 387 (1981); *J. Phys. Soc. Japan* **50**, 3806, 3813 (1981); *Physica 4D*, 343 (1982); *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **18**, 1077, 1111 (1982) (with E. Date, M. Jimbo and T. Miwa).
 18. Quasi-unipotent sheaves. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Ser. 1A*, **28**, 757–773 (1982).
 19. Holonomic systems of linear differential equations with regular singularities and related topics in topology. *Advanced Studies in Pure Math.* **1**, 49–54 (1983).
 20. The invariant holonomic system on a semisimple Lie algebra. *Invent. Math.* **75**, 327–358 (1984) (with R. Hotta).
 21. The Riemann-Hilbert problem for holonomic systems. *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **20**, 319–365 (1984).
 22. Index theorem for constructible sheaves. *Astérisque* **130**, 193–209 (1985).
 23. The asymptotic behavior of a variation of polarized Hodge structure. *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **21**, 853–875 (1985).
 24. Regular holonomic D-modules and distributions on complex manifolds. *Adv. Studies in Pure Math.* **8**, Complex analytic singularities, 199–206 (1986).
 25. A study of variation of mixed Hodge structure. *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **22**, 991–1024 (1986).
 26. A class of elliptic solutions to the star-triangle relation. *Nuclear Physics B275 [FS17]*, 121–134 (1986) (with T. Miwa).