理学博士広中平祐君の「代数的多様体の研究」に対する
授賞審査要旨

㈠ 広中平祐君は昭和三十一年京都大学大学院修士課程卒業、昭和三十五年ハーバード大学数学科大学院卒業、現在ハーバード大学教授、三十八才の少壮学者である。広中君の今までに発表された業績のうち最も重要なのは「標数0の体の上の代数的多様体の特異点の解消」(Resolution of singularities of an algebraic variety over a field of characteristic zero. Ann. of Math., vol. 79 (1964), pp. 109–326) である。

代数的多様体とはいわば「有限個の代数方程式によって定義された図形」の事であって、代数幾何は、この代数的多様体の構造を究明する事を目標として発展して来たのであるが、函数論、位相幾何、偏微分方程式、層の理論、ホモロジー代数、等の数学の多くの分野に深く関係し、現代数学の一つの中心をなすものである。代数的多様体の特異点を解消する事、すなわち与えられた代数的多様体を双有理変換によって特異点をもたない代数的多様体に変換する事は代数幾何の根本問題であった。この問題は一次元、すなわち代数曲線の場合には簡単に解決されたが、二次元すなわち代数曲面の場合にはすでにかなりの難問であって、J. Walker によって一九三五年に初めて解決された。三次元の場合は更に難かしく、O. Zariski によって五年間に亘る組織的研究の結果、一九四四年に解決された (Ann. of Math., vol. 45 (1944), pp. 472–542)。

四次元以上の場合については、其の後凡そ二十年間見るべき進歩はなく、一時は、或は解消できない特異点が存在

するのではないかと言われた。この大問題を見事に解決したのが上記の広中君の論文であって、その二〇〇頁に亘る多重帰納法に基づく証明は一九六〇年代における数学の十大業績の一つに数えられる。この業績は直ちに広く認められ、広中君は論文が発表される以前に American Association of the Advancement of Sciences から一九六三年度 Research Corporation Award を受賞された。又日本では昭和四十二年度朝日賞を受賞された。

㈡ この広中君の理論の主定理を述べるために、標数0の基礎体の上の代数的多様体Xが特異点のない代数的多様体Wの部分多様体として与えられたとする。このときXの特異点のない部分多様体Dをとれば、Dを中心とするモノイダル変換によってWとXは夫々新らしい代数的多様体W_1とその部分多様体X_1に変換される。しかもW_1は特異点をもたない。従ってもしもX_1の特異性がXの特異性よりも「少ない」様にDを選ぶ事が可能であるならば、この操作を繰返して順次にW_1、X_1、D_1、W_2、X_2、D_2、……を構成して行けば、遂には特異点のない代数的多様体X_nに到達し、Xの特異点が解消される事が期待される。広中君の主定理Ⅰは事実この様にD、D_1、D_2、……を選ぶ事が可能である事を主張する。

広中君の主定理Ⅱは特異点のない代数的多様体Wの上にイデアルの連接層Jが与えられたとき、有限回のモノイダル変換によってJを単純化し得る事を主張する。この事はWの有理変換が与えられたとき、その不確定点が有限回のモノイダル変換によって消去される事を示す。

㈢ この二つの主定理を証明するために広中君はW、X、D……が代数的多様体よりも更に一般な代数的概型である場合を考察した。この一般化によって初めて次に述べる帰納法を適用する事が可能となったのである。広中君はX

とJの特異性を分析して四種類の解消データ $(R_I^{N,n}, F)$, $(R_I^{N,n}, U)$, (R_{II}^{N}, F), R_{II}^{N} を定義し、この各々が有限回のモノイダル変換によって解消されるという命題を $I_1^{N,n}$、$I_2^{N,n}$、II_1^{N}、II_2^{N} と名付けた。但しここでNはWの次元、n はXの次元を表わす。そして現代代数学の諸成果を縦横に駆使して次の多重帰納法の図式が成立つ事を証明した。

$$\left.\begin{array}{lll} m<M<N & \text{のとき} & I_1^{M,m} \\ m<n & \text{のとき} & I_2^{N,m} \\ M<N & \text{のとき} & II_2^{M} \end{array}\right\} \text{ならば} \quad I_1^{N,n}$$

$$\left.\begin{array}{lll} m<M<N & \text{のとき} & I_2^{M,m} \\ m<n & \text{のとき} & I_2^{N,m} \\ \left.\begin{array}{l} m<M\leqq N \\ m<n \end{array}\right\} & \text{のとき} & I_1^{M,m} \\ M<N & \text{のとき} & II_2^{M} \end{array}\right\} \text{ならば} \quad I_2^{N,n}$$

$$\left.\begin{array}{lll} M<N & \text{のとき} & I_1^{M} \\ m<M\leqq N & \text{のとき} & I_2^{M,m} \\ M<N & \text{のとき} & II_2^{M} \end{array}\right\} \text{ならば} \quad II_1^{N}$$

$$\left.\begin{array}{lll} M<N & \text{のとき} & II_2^{M} \\ m<M\leqq N & \text{のとき} & I_2^{M,m} \\ & & II_1^{N} \end{array}\right\} \text{ならば} \quad II_2^{N}$$

$n \leqq 0$ 又は $N=1$ のときには $\mathrm{I}_1^{N,n}$、$\mathrm{I}_2^{N,n}$、II_1^N、II_2^N は自明であるから、この多重帰納法により命題 $\mathrm{I}_1^{N,n}$、$\mathrm{I}_2^{N,n}$、II_1^N、II_2^N が $N>n \geqq 0$ なるすべての整数Nと n について成立つ事がわかり、従って主定理IとIIが証明されるのである。この様に複雑な多重帰納法は現代数学においても極めて稀であって、広中君の天才的な力量を示すものである。

(四) 広中君の理論は代数幾何の根本問題の解答を与えたものであるから、広範な応用をもつ事は言うまでもない。広中君自身この応用として解析空間の孤立特異点の研究 "On the equivalence of imbeddings of exceptional complex spaces", (H. Rossi と共著) Math. Ann., vol. 156 (1964), pp. 313–333, 代数的多様体の低次元代数的サイクルの有理合同による非特異化の問題の解決 "Smoothing of algebraic cycles of small dimensions", Amer. J. Math., vol. 90 (1968), pp. 1–54 を発表された。

これを要するに広中君のこの業績は代数的多様体の複雑極りなき特異性の背後にある法則を洞察して多重帰納法の図式を設定し、代数幾何の根本問題を一挙に解決したものであって、代数幾何学において基本的な意義をもつものである。

主要な論文目録

1) On the arithmetic genera and the effective genera of algebraic curves. Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, Ser. A, Math., 30, 177–195 (1957).

2) A note on algebraic geometry over ground rings. The invariance of Hilbert characteristic functions under the specialization process. Illinois J. Math., 2, 355–366 (1958).

3) A Generalized theorem of Krull-Seidenberg on parametrized algebras of finite type. Amer. J. Math.,

82, 831–850 (1960).
4) An example of a non-Kählerian complex-analytic deformations of Kählerian complex structures. Amer. J. Math., (2) **75**, 190–208 (1962).
5) Resolution of singularities of an algebraic variety over a field of characteristic zero. Ann. of Math., (2) **79**, 109–326 (1964).
6) (H. Hironaka and H. Rossi) On the equivalence of imbeddings of exceptional complex spaces. Math. Ann., **156**, 313–333 (1964).
7) On the equivalence of singularities I. Arithmetical Algebraic Geometry (Proc. Conf. Purdue Univ., 1963), Harper & Row, New York, pp. 153–200 (1965).
8) A fundamental lemma on point modifications. Proc. Conf. Complex Analysis (Minneapolis, 1964), Springer, Berlin, pp. 194–215 (1965).
9) On the characters ν^* and τ^* of singularities. J. Math. Kyoto Univ., **7**, 19–43 (1967).
10) Characteristic polyhedra of singularities. J. Math. Kyoto Univ., **7**, 251–293 (1967).
11) Corrections to: On the characters ν^* and τ^* of singularities. J. Math. Kyoto Univ., **7**, 325–327 (1967).
12) Smoothing of algebraic cycles of small dimensions. Amer. J. Math., **90**, 1–54 (1968).
13) (H. Hironaka and H. Matsumura) Formal functions and formal imbeddings. J. Math. Soc. Japan, **20**, 52–82 (1968).
14) Formal line bundles along exceptional loci. Algebraic Geometry (Tata Inst.), Oxford, pp. 201–218 (1969).