理学博士岡潔の「多変数解析函数に関する研究」に対する授賞審査要旨

数学においては、常にその視野を拡張し、その考察を一般化することが大切であるが、その際簡単に拡張できることもあり、非常な困難に撞着することもあつて、実際着手してみなければ、判らないのである。コーシー・リーマンに始まる解析函数の理論に関しても、今世紀になつて、幾つかの複素変数の解析函数の理論に拡張することが問題となり、それが案外困難な問題であることが知られていたのであるが、岡君はこの方面で非常に優れた業績をなしたのであつて、大約次のようなものである。

有理型函数に関する「ミツタグレフラーの定理」を拡張すると、$z_1\ z_2 \cdots\cdots z_n$ なる n 個の複素変数の作る $2n$ 次元の間空 R_{2n} における領域 D 内の各点 P に対して、近傍 $U_{(P)}$ が存在して、F_P なる函数が $U_{(P)}$ で有理型であり、Q を D の P に非ざる点とするとき、$U_{(P)}$ と $U_{(Q)}$ との共通部分において、F_P と F_Q との差が正則である場合、D の全領域で有理型なる函数 F_O が存在して、D の各点 P につき、F_O と F_P との差が $U_{(P)}$ において正則となるかということが問題になる。これをクーザンの第一問題という。一九三四年アンリ・カルタンが n の 2 なる場合、この問題は高々正則領域に対してのみ成立し得ることを示した。岡君は一般の n に対し、この問題が有限単葉な正則領域に対して肯定的に解決されることを示した。

整函数に関する「ワイヤストラスの定理」を拡張すると、前の場合と同様に、F_P なる函数が $U_{(P)}$ で正則であつて且つ

DのPに非ざる点Qにつき、$U_{(P)}$と$U_{(Q)}$との共通部分で、F_PとF_Qとの商が正則で且つ零にならない場合、Dの全領域で正則の函数F_Oが存在して、Dの各点PにつきF_OとF_Pとの比が$U_{(P)}$で正則で且つ零にならないかという問題が出来る。これをクーザンの第二問題という。岡君は、領域Dの、各変数z_i平面への射影が、一個のiを例外として、常に單一連結であるならば、このDにおいては、クーザンの第二問題が肯定的に解決されることを示した。

「ルンゲの定理」からは、前の場合の空間R_{2n}における領域Dで正則な函数を、Dの内部で一様に收斂する有理整函数の級数に展開できるかという問題が出来る。従来有理的に凸なる領域では、このように拡張されたルンゲの定理が成立することが、知られていた。また單葉でない正則領域では、一般には拡張されたルンゲの定理の成立しないことが、カルタンとツレンによつて示されていた。従つて單葉な正則領域に対し、常に拡張されたルンゲの定理が成立するかどうかが懸案であつたが、岡君は、拡張されたルンゲの定理は一般には成立しないこと、従つて單葉な正則領域は必ずしも有理的に凸な領域でないことを証明した。

しかし岡君の特に優れた業績は、擬凸状領域に関する結果である。既に一九〇六年にハルトツクスが、多変数の解析函数の存在領域は、一変数の場合と異なり、任意の領域ではあり得ないことを見出したが、一九一〇年レビイは、このような領域即ち正則領域の境界が、局所的に「擬凸性」なる特性をもつことを示した。一九一二年にブルメンタルは、その境界の各点で擬凸性を有する領域即ち擬凸状領域が、必ず正則領域であるかという問題を、多変数解析函数論における最も重要な問題として提出した。一九三四年に出たベンケとツレンとの綜合報告「多複素変数函数論」においては、三つの特殊の場合について、この問題を取扱つてあるに過ぎない。岡君は、一九四一年本学士院において、

この問題が一般に肯定的に解決されることを報告し、ついで一九四二年東北数学雑誌に、その詳細な証明を発表した。

上述の結果は、非常に優れた業績として、大戦後世界の数学者に認められ、国際的に大きい影響を及ぼしているのである。