# 功力金二郎君の「抽象空間の研究」に對する授賞審査要旨

抽象空間論に於ける次元論には二つの流れがある、一つは Fréchet が一九〇九に創めたもので、二つの空間A、Bの點の間に一對一の連續對應がつけられる場合にA、Bは同一の type de dimensions をもつといひ、$dA=dB$ で表し、Aの一部分がBと一對一の連續對應をつけ得られる時、AはBより type de dimensions が大であるといひ $dA>dB$ で表した。他の一つは Poincaré から始まり Brouwer を經て Menger と Urysohn の二人が一九二二に完成した理論である。併し兩者に各短處がある、例へば Menger-Urysohn の理論は無限次元の空間には及ばないし、Fréchet の理論では、普通に同次元と考へられてゐるものが異なる type de dimensions をもつことがある。

Fréchet は之等兩者の間の關係を問題にしたが、Urysohn は簡單な關係の存在を否定した。

功力君は classe de dimensions なる新しい概念の導入によつて、上述の二理論の間に橋梁を架し、其間の關係を明瞭ならしむるに成功したのである。

功力君は先づ集合 (ensemble) の正則族 (famille régulière) なる新概念を導入して其の性質を調べ、一つの集合Aより出發してAを含む最小の正則族を定め、之を F(A) で表した。二つの集合A、Bに對して F(A)、F(B) が互に一致する場合に、A、Bは同一の classe de dimensions をもつと定義し、

之を $\delta A=\delta B$ で記るし、F(B) が F(A) の一部分となる場合に、Aの classe de dimensions がBのそれより大であると定義し、$\delta A>\delta B$ と表した。かく集合の classe de dimensions と其大小を定義したる後、其の性質を詳細に研究して多くの既知の集合の classe de dimensions を決定した。

其内特記すべきは、Ω を Hilbert の空間、$E_\omega$ を Fréchet の空間、Rを一次、二次……のユークリッド空間の凡てを合併した空間、Pを整式を元素とする空間とする時

$$\delta R=\delta P<\delta\Omega=\delta E_\omega$$

なることを證明した。

次でδと Fréchet の type de dimensions $d$ との關係を論じた。$dA\leqq dB$ から $\delta A\leqq\delta B$ が從ふことは明であるが、其逆が成立する爲めの條件を論じ、somme simple, ensemble réfléchi なる新しい概念の導入によつて、此の問題を解決した。又 $dA_1<dA_2<dA_3<\ldots\ldots$ なる ensemble réfléchi $A_1\ A_2\ A_3\ldots\ldots$ に對して、これ等の凡てより大なる type de dimensions をもつ集合の存在を somme simple の概念によつて證明した。

Fréchet は彼の理論に於て、上述の無限次の空間R、Ω の type de dimensions の大小を決定するを得なかつた。功力君は彼の classe de dimensions の理論によつて $dR<d\Omega$ なることを簡單に證明して此未解決の問題を解決し、又直接の證明をも與へた。

更に classe locale de dimensions なる概念を導入して、抽象空間の局所的の構造を研究した。

功力君は猶進んで Hurewicz の概念 ensemble superposé を利用し、一つの正則族Aに $n$ 回 superposer した集合族Bが一つの正則族を作ることを證明し、Aとして、$\delta A$ が一次元のユークリッド空間の $\delta$ より小なる不連續集合族をとれば、B は Menger の意味に於ける $n$ 次元を超えざる集合族となることを示して、Menger-Urysohn の次元論との間に關係をつけることに成功した。

以上は功力君の次元論に關する研究の大略であるが、同君は又解析集合論の抽象空間への擴張を論じ、重要なる結果を與へた。

之を要するに、功力君の研究は、極めて困難なる問題に對し、新しい概念の導入と明透なる推理によつて、抽象空間論に於ける重要なる寄與をなしたもので、學術上貢獻する所極めて大なるものありと認む。