

日本学士院賞 受賞者 楠 岡 成 雄



専攻学科学目 数学

略 生 年 月 略 歴	昭 和 二 九 年 一 月	昭 和 五 一 年 三 月	同 五 三 年 三 月	同 五 三 年 四 月	同 五 七 年 二 月	同 六 一 年 五 月	同 六 二 年 四 月	平 成 五 年 四 月	同 一 三 年 四 月	同 二 四 年 四 月	同 二 七 年 六 月
	東京大学理学部数学科卒業	東京大学大学院理学系研究科修士課程修了	東京大学理学部助手	理学博士	東京大学理学部助教授	京都大学数理解析研究所助教授	東京大学大学院数理科学研究科教授（平成二七年三月まで）	日本数学会理事長（平成一五年四月まで）	日本保険・年金リスク学会会長（平成二八年三月まで）	東京大学名誉教授	東京大学名誉教授

理学博士楠岡成雄氏の「確率解析と数理 ファイナンスの研究」に対する授賞審査

要旨

楠岡成雄氏は、伊藤 清氏によって創始され渡辺信三氏らによって整備された確率解析を格段に深化させるとともに、その無限次元解析的方法を大きく発展させることで新たな局面を切り開き、さらに数理ファイナンス等の分野で確率解析の深遠なる応用を与えた。

一九七六年にP・G・マリアヴァン氏によって、今日マリアヴァン解析と呼ばれているパス空間上の解析学が提唱され、無限次元解析としての確率解析に大きな転機がもたらされた。楠岡氏はD・W・ストウルク氏との共同研究において、マリアヴァン解析を整備し大きく発展させた。さらにこの応用として、ユークリッド空間上の二階の微分作用素に関する熱方程式の基本解における準楕円性の問題に対して大きな成果をあげた。この問題は、ある関数に微分作用素を施した結果が滑らかな関数であるとき、元の関数が滑らかであるかという古典的な問題であり、楕円型と呼ばれる非退化な場

合に肯定的であることはよく知られていた。楠岡氏は、非退化の条件を大幅に緩めても解が滑らかなことを証明したのである。この確率解析を用いた結果は、当時の解析的方法では得られなかったため、微分方程式の研究者達にも大きな衝撃を与えた。

楠岡氏はさらに、一部の変数にのみマリアヴァン解析を適用できるように部分マリアヴァン解析と呼ばれる方法を編み出し、これを非線形フィルタリングの問題などに応用して成果をあげた。関連した研究として、同氏はパス空間における微分形式の理論や局所化の理論に重要な進展を与えることで、無限次元空間上のリーマン幾何学の枠組みを構築した。これにより、確率解析と整合するような形の無限次元ド・ラーム・ホッジ・小平理論の展開に道を拓いた。また、同氏は初期の研究でパス空間上の非線形変換に関する基本理論を展開した。中でも、変換の結果として現れる測度の密度を与える公式は、ラメール・楠岡の公式と呼ばれ多くの応用を持つ。

楠岡氏は、発展方程式の基本解の研究に対しても大きな業績をあげている。E・A・カーレン氏、ストウルク氏と共同で、発展方程式の基本解の上からの評価が、ナッシュの不等式と呼ばれるディリクレ形式と関数ノルムの関係した不等式と同値であることを証明した。これにより、基本解の上からの評価が摂動安定性を持つことが従う。この研究は、その後の多様な応用につながる発展方程式の

記念碑的な成果となった。

楠岡氏は、数理ファイナンスの分野においても、確率解析を用いて大きな成果をあげている。特に、マリアヴァン解析とリー環論に基づいて拡散過程の期待値の近似計算方式（楠岡近似、 K_1 近似と呼ばれる）を与えたことは極めて大きな業績である。これにより、オプション価格の高速計算の精度保証が可能となった。さらに、同氏の理論に触発されて提唱された二宮 \equiv ヴィクトワールの数値計算法が、支払い関数が滑らかさを持たなくとも有効な近似オーダーを与えていることを楠岡氏は数学的に証明している。

また、信用リスクのファイナンスモデルを確率解析の観点から考察し、それまで信じられていた表現式が一般には成立せず信用リスクに複雑な構造が入りうることを示し、専門家に驚きを与えた。さらに、金融リスクの計量化に関連しては、リスク尺度に確率論的な不変性の概念を導入し、このような不変性を持つリスク尺度を特徴づけることにより当該研究の先駆けとなる研究を行った。

このように、楠岡氏は、自身が展開した無限次元確率解析がファイナンスの実務においても有効であることを明らかにしたのである。

楠岡氏はフラクタル上の確率過程に関しても先駆的な業績をあげている。フラクタル上の確率過程は一九八〇年代後半に研究が始

まった若い分野であるが、楠岡氏はフラクタルの典型例であるシェルピンスキー・ガスケット上に、世界で初めて数学的に厳密な形でブラウン運動を構成した。さらに、これが異常拡散現象を示すことを証明した。すなわち拡散のスピードが通常に比べてはるかに遅く、ガスケット上のブラウン運動が通常のブラウン運動とは質的に全く異なることを明らかにし、その後の当該分野の発展の礎を築いた。

また、M・D・ドンスカー氏とS・R・S・ヴァラダン氏が創始した大偏差原理の理論の精密化に関する楠岡氏の一連の研究は、無限次元解析の方法が有限次元の場合に肉薄する程度まで到達した点で、極めて深い結果であると言える。このほか、古典力学に従う多粒子系から拡散現象を導出する研究、場の量子論に関する研究、高分子に現れるポリマー測度の研究など、楠岡氏の業績は多岐にわたる。

以上のように、楠岡氏は、確率解析の発展に寄与するとともに、その数理ファイナンスへの応用に多大な業績をあげている。

参考文献

〔一〕 S. Kusnoka and Y. Morimoto, Least square regression methods for Bernoulli

- derivatives and systems of functions. *Adv. Math. Econ.* **19** (2015), 57–89.
- [2] S. Kusuoka and Y. Morimoto. Stochastic mesh methods for Hormander type diffusion processes. *Adv. Math. Econ.* **18** (2014), 61–99.
- [3] S. Kusuoka. Gaussian K-scheme: justification for KLVN method. *Adv. Math. Econ.* **17** (2013), 71–120.
- [4] S. Kusuoka. A remark on Malliavin calculus: uniform estimates and localization. *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **19** (2012), no. 4, 533–558.
- [5] S. Kusuoka and S. Liang. A classical mechanical model of Brownian motion with plural particles. *Rev. Math. Phys.* **22** (2010), no. 7, 733–838.
- [6] S. Kusuoka, K. Kuwada and Y. Tamura. Large deviation for stochastic line integrals as L^p -currents. *Probab. Theory Related Fields* **147** (2010), no. 3–4, 649–674.
- [7] S. Kusuoka and Y. Osajima. A remark on the asymptotic expansion of density function of Wiener functionals. *J. Funct. Anal.* **255** (2008), no. 9, 2545–2562.
- [8] S. Kusuoka and S. Ninomiya. A new simulation method of diffusion processes applied to finance. *Stochastic processes and applications to mathematical finance (Kisatsui, 2003)*, 233–253, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 2004.
- [9] S. Kusuoka. Approximation of expectation of diffusion processes based on Lie algebra and Malliavin calculus. *Adv. Math. Econ.* **6** (2004), 69–83.
- [10] S. Kusuoka. Malliavin calculus revisited. *J. Math. Sci. Univ. Tokyo* **10** (2003), no. 2, 261–277.
- [11] S. Kusuoka. Approximation of expectation of diffusion process and mathematical finance. *Taniguchi Conference on Mathematics Nara '98 (Nara, 1998)*, 147–165, *Adv. Stud. Pure Math.* **31**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2001.
- [12] S. Kusuoka and N. Yoshida. Malliavin calculus, geometric mixing, and expansion of diffusion functionals. *Probab. Theory Related Fields* **116** (2000), no. 4, 457–484.
- [13] S. Kusuoka. A remark on default risk models. *Advances in mathematical economics (Tokyo, 1997)*, 69–82, *Adv. Math. Econ.* **1**, Springer, Tokyo, 1999.
- [14] T. Kumagai and S. Kusuoka. Homogenization on nested fractals. *Probab. Theory Related Fields* **104** (1996), no. 3, 375–398.
- [15] N. Ikeda, S. Kusuoka and S. Manabe. Lévy's stochastic area formula and related problems. *Stochastic analysis (Ithaca, NY, 1993)*, 281–305, *Proc. Sympos. Pure Math.* **57**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1995.
- [16] S. Kusuoka. Limit theorem on option replication cost with transaction costs. *Ann. Appl. Probab.* **5** (1995), no. 1, 198–221.
- [17] S. Aida, S. Kusuoka and D. W. Stroock. On the support of Wiener functionals. *Asymptotic problems in probability theory: Wiener functionals and asymptotics (Sandakkyoto, 1990)*, 3–34, *Pitman Res. Notes Math. Ser.* **284**, Longman Sci. Tech., Harlow, 1993.
- [18] R. L. Dohrushin and S. Kusuoka. *Statistical mechanics and fractals*. Lect. Notes Math. **1567**, Springer-Verlag, Berlin, 1993. vi+98 pp.
- [19] S. Kusuoka and X. Y. Zhou. Dirichlet forms on fractals: Poincaré constant and resistance. *Probab. Theory Related Fields* **93** (1992), no. 2, 169–196.
- [20] S. Kusuoka. Analysis on Wiener spaces. II. Differential forms. *J. Funct. Anal.* **103** (1992), no. 2, 229–274.
- [21] S. Kusuoka. de Rham cohomology of Wiener-Riemannian manifolds. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. I, II (Kyoto, 1990)*, 1075–1082, Math. Soc. Japan, Tokyo, 1991.
- [22] S. Kusuoka and Y. Tamura. Precise estimate for large deviation of Donker-Varadhan type. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.* **38** (1991), no. 3, 533–565.
- [23] S. Kusuoka. Analysis on Wiener spaces. I. Nonlinear maps. *J. Funct. Anal.* **98** (1991), no. 1, 122–168.
- [24] S. Albeverio, S. Kusuoka and M. Röckner. On partial integration in infinite-dimensional space and applications to Dirichlet forms. *J. London Math. Soc.* (2)

- 42 (1990), no. 1, 122–136.
- [25] K. Hattori, T. Hattori and S. Kusuoka. Self-avoiding paths on the pre-Sierpiński gasket. *Probab. Theory Related Fields* **84** (1990), no. 1, 1–26.
- [26] S. Kusuoka. Dirichlet forms on fractals and products of random matrices. *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* **25** (1989), no. 4, 659–680.
- [27] R. A. Holley, S. Kusuoka and D. W. Stroock. Asymptotics of the spectral gap with applications to the theory of simulated annealing. *J. Funct. Anal.* **83** (1989), no. 2, 333–347.
- [28] S. Kusuoka and D. W. Stroock. Long time estimates for the heat kernel associated with a uniformly subelliptic symmetric second order operator. *Ann. of Math. (2)* **127** (1988), no. 1, 165–189.
- [29] S. Kusuoka. A diffusion process on a fractal. *Probabilistic methods in mathematical physics (Katata/Kyoto, 1985)*, 251–274, Academic Press, Boston, MA, 1987.
- [30] S. Kusuoka and D. W. Stroock. Applications of the Malliavin calculus. III. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.* **34** (1987), no. 2, 391–442.
- [31] E. A. Carlen, S. Kusuoka and D. W. Stroock. Upper bounds for symmetric Markov transition functions. *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* **23** (1987), no. 2, suppl., 245–287.
- [32] S. Kusuoka and D. W. Stroock. Applications of the Malliavin calculus. II. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.* **32** (1985), no. 1, 1–76.
- [33] S. Kusuoka and D. W. Stroock. Applications of the Malliavin calculus. I. *Stochastic analysis (Katata/Kyoto, 1982)*, 271–306, North-Holland Math. Library **32**, North-Holland, Amsterdam, 1984.
- [34] S. Kusuoka and D. W. Stroock. The partial Malliavin calculus and its application to nonlinear filtering. *Stochastics* **12** (1984), no. 2, 83–142.
- [35] G. Ben Arous, S. Kusuoka and D. W. Stroock. The Poisson kernel for certain degenerate elliptic operators. *J. Funct. Anal.* **56** (1984), no. 2, 171–209.
- [36] S. Kusuoka. The nonlinear transformation of Gaussian measure on Banach space and absolute continuity. I. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.* **29** (1982), no. 3, 567–597.
- [37] S. Kusuoka. Dirichlet forms and diffusion processes on Banach spaces. *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math.* **29** (1982), no. 1, 79–95.